Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет

“ЛЭТИ”

кафедра ВМ-2

Индивидуальное домашнее задание

Вариант 3

Выполнил: Гукасов В. В.

Факультет КТИ

Группа № 3363

Преподаватель: Чирина А. В.

“Выполнено” “\_\_\_\_” \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Подпись преподавателя \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Санкт-Петербург

2015

# Формулировка задания

## Задача 1

В результате эксперимента получены данные, приведённые в таблице.

Таблица 1. Исходные данные.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Значение** | **№** | **Значение** | **№** | **Значение** | **№** | **Значение** | **№** | **Значение** |
| 1 | 8 | 11 | 0 | 21 | 3 | 31 | 2 | 41 | 0 |
| 2 | 6 | 12 | 0 | 22 | 0 | 32 | 9 | 42 | 2 |
| 3 | 5 | 13 | 1 | 23 | 0 | 33 | 2 | 43 | 2 |
| 4 | 1 | 14 | 2 | 24 | 0 | 34 | 4 | 44 | 1 |
| 5 | 2 | 15 | 5 | 25 | 0 | 35 | 3 | 45 | 1 |
| 6 | 24 | 16 | 11 | 26 | 4 | 36 | 9 | 46 | 2 |
| 7 | 1 | 17 | 0 | 27 | 0 | 37 | 0 | 47 | 2 |
| 8 | 0 | 18 | 10 | 28 | 2 | 38 | 0 | 48 | 2 |
| 9 | 0 | 19 | 0 | 29 | 0 | 39 | 2 | 49 | 3 |
| 10 | 3 | 20 | 0 | 30 | 5 | 40 | 7 | 50 | 3 |

.

1. Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
2. Вычислить выборочные аналоги следующих характеристик:
   1. математического ожидания;
   2. дисперсии;
   3. медианы;
   4. асимметрии;
   5. эксцесса;
   6. вероятности .
3. В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра *λ*, а также оценку *λ* по методу моментов. Найти смещение оценок.
4. Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости *α*1 для параметра *λ* на базе оценки максимального правдоподобия.
5. Используя гистограмму частот, построить критерий значимости *χ*2 проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром *λ*0. Проверить гипотезу на уровне значимости *α*1. Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором ещё нет оснований отвергнуть эту гипотезу.
6. Построить критерий значимости *χ*2 проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости *α*1. Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором ещё нет оснований отвергнуть эту гипотезу.
7. Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром *λ* = *λ*0 при альтернативе пуассоновости с параметром *λ* = *λ*1. Проверить гипотезу на уровне значимости *α*1. Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
8. В пунктах 3-6 заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений .

## Задача 2

В результате эксперимента получены данные, приведённые в таблице 2.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Значение** | **№** | **Значение** | **№** | **Значение** | **№** | **Значение** | **№** | **Значение** |
| 1 | 5.26 | 11 | 5.64 | 21 | 0.04 | 31 | 0.03 | 41 | 0.80 |
| 2 | 1.38 | 12 | 0.01 | 22 | 2.86 | 32 | 2.01 | 42 | 0.53 |
| 3 | 0.23 | 13 | 0.61 | 23 | 8.87 | 33 | 1.03 | 43 | 1.17 |
| 4 | 0.26 | 14 | 1.18 | 24 | 0.32 | 34 | 4.27 | 44 | 14.58 |
| 5 | 0.05 | 15 | 3.78 | 25 | 1.63 | 35 | 1.38 | 45 | 2.47 |
| 6 | 4.28 | 16 | 0.05 | 26 | 7.03 | 36 | 8.83 | 46 | 2.16 |
| 7 | 0.37 | 17 | 0.08 | 27 | 16.41 | 37 | 3.46 | 47 | 0.02 |
| 8 | 5.49 | 18 | 0.81 | 28 | 1.13 | 38 | 2.80 | 48 | 0.84 |
| 9 | 5.27 | 19 | 1.63 | 29 | 0.01 | 39 | 0.33 | 49 | 1.47 |
| 10 | 0.54 | 20 | 0.21 | 30 | 0.18 | 40 | 0.12 | 50 | 4.60 |

1. Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом *h*.
2. Вычислить выборочные аналоги следующих характеристик:
   1. математического ожидания;
   2. дисперсии;
   3. медианы;
   4. асимметрии;
   5. эксцесса;
   6. вероятности .
3. В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из показательного распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметра *λ* и соответствующие оценки по методу моментов. Найти смещение оценок.
4. Построить доверительные интервалы уровня значимости *α*2 для параметра *λ*.
5. С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с показательным распределением с параметром *λ*0. Проверить гипотезу на уровне значимости *α*2. Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
6. Используя гистограмму частот, построить критерий значимости *χ*2 проверки простой гипотезы согласия с показательным распределением с параметром *λ*0. Проверить гипотезу на уровне значимости *α*2. Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором ещё нет оснований отвергнуть эту гипотезу.
7. Построить критерий значимости *χ*2 проверки сложной гипотезы согласия с показательным распределением. Проверить гипотезу на уровне значимости *α*2. Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором ещё нет оснований отвергнуть эту гипотезу.
8. Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о показательности с параметрами *λ* = *λ*0 при альтернативе показательности с параметрами *λ* = *λ*1. Проверить гипотезу на уровне значимости *α*2. Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
9. В пунктах 3-7 заменить семейство показательных распределений на семейство гамма-распределений с плотностями .

# Задача 1

**a.1. Вариационный ряд.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **xi** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 24 |
| **ni** | 16 | 5 | 11 | 5 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 |

**a.2. Эмпирическая функция распределения.**

****

**a.2. Эмпирическая функция распределения.**

F(x) = 0, x < 0;

16/50, 0 ≤ x < 1;

21/50, 1 ≤ x < 2;

32/50, 2 ≤ x < 3;

37/50, 3 ≤ x < 4;

39/50, 4 ≤ x < 5;

42/50, 5 ≤ x < 6;

43/50, 6 ≤ x < 7;

44/50, 7 ≤ x < 8;

45/50, 8 ≤ x < 9;

47/50, 9 ≤ x < 10;

48/50, 10 ≤ x < 11;

49/50, 11 ≤ x < 24;

1, x > 24;

**a.3 Гистограмма частот.**

****

**H(x) =** 0, x < 0;

21, 0 ≤ x < 1;

11, 1 ≤ x < 2;

5, 2 ≤ x < 3;

2, 3 ≤ x < 4, 8 ≤ x < 9;

3, 4 ≤ x < 5;

1, 5 ≤ x < 8, 9 ≤ x < 11, 23 ≤ x < 24;

0, 11 ≤ x < 23;

**b.1. Математическое ожидание.**

**b.2. Дисперсия.**

**b.3. Медиана.**

**b.4. Асимметрия.**

**b.5. Эксцесс.**

**b.6. Вероятность попадания в [a, b].**

**c.1. Оценка максимального правдоподобия параметра λ.**

library(maxLik) # подключаем библиотеку

LL<-function(t){sum(dpois(data,t[1],log=TRUE))}

ml<-maxNR(LL,start=c(1)) # максимум функции правдоподобия

val<-ml$estimate; print (val) # оценка макс.правдоподобия

val = 2.98 # то есть = выборочному среднему

Аналогичный результат дает теория:

 - плотность распределения Пуассона.

Метод максимального правдоподобия:

 =>  => 

 => 

**Метод моментов:**

математическое ожидание: ****, выборочный средний момент: ** =**> .

**d. Асимптотический доверительный интервал уровня значимости α1 = 0,2 для параметра λ на базе оценки максимального правдоподобия.**

Так как  имеет распределение Пуассона, то  => .

По методу максимального правдоподобия:

 , 

Эксперимент регулярен, значит, подстановка ОМП вместо параметра в информацию Фишера не нарушает асимптотической нормальности.



; = *0.20*



,

где  - квантиль порядка  стандартного нормального закона распределения.

.

.

al<-0.2

xal<-qnorm (1-al/2)

T<-array(dim=2)

T[1]<-mean(data)-xal\*sqrt(mean(data)/length(data)) #левая граница

T[2]<-mean(data)+xal\*sqrt(mean(data)/length(data)) #правая граница

print(T)

Полученный результат : [2.667133; 3.292867]

**e. Построение критерия значимости χ2 проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром λ0 = 3,0 на основе гистограммы частот. Проверка гипотезы на уровне значимости α1 = 0,2. Вычисление наибольшего значения уровня значимости, на котором ещё нет оснований отвергнуть гипотезу.**

Простая гипотеза Hо: , *λ*o=3.00

Таблица «значение-частота» имеет вид:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 24

16 5 11 5 2 3 1 1 1 2 1 1 1

Делим последовательность на r = 3 интервала и вводим вектор border границ интервалов, имеющий размерность r-1, который потребуется для получения значений частот из гистограммы: border <-c(0, 5)

Нижние границы элементов: a1<-c(-Inf, 0, 5); Верхние границы элементов: b1<-c(0, 5, Inf)

Число наблюдений, попавших в этот интервал: nu = 16, 26, 8 (берутся из гистограммы)



Критерий имеет вид:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № интервала |  |  |  |  |  |  |
| 1 | -Inf | 0 | 16 | 0.04978707 | 8.563136 | 73.327302 |
| 2 | 0 | 5 | 26 | 0.86629499 | -2.630863 | 6.921443 |
| r=3 | 5 | Inf | 8 | 0.08391794 | 1.857119 | 3.448893 |
|  | | | | =1 | = 83.69764 | |

n<-length(x); lambda0<-3.00; r<-3

a1<-c(-Inf, 0, 5); b1<-c(0, 5, Inf)

border <-c(0, 5) #общий массив границ интервалов

h<-hist(x,breaks=c(min(x),border,max(x)),plot=FALSE); nu<-h$counts; print (nu)

#частоты получены из гистограммы

p1<-array(dim = r)

p1[1]<- ppois(border[1], lambda0)

p1[r] <- 1-ppois(border[r-1], lambda0)

p1[2:(r-1)]<-ppois(border[2:(r-1)],lambda0)-ppois(border[1:(r-2)],lambda0)

res <- array (dim = r)

res [1:r] <- (nu[1:r] - n\*p1[1:r])/sqrt(n\*p1[1:r])

res2 <- array (dim = r)

res2 [1:r]<- (res[1:r])^2

Xi2<-sum(res2)

xal<-qchisq(1-al, r-1)

Xi2>xal # TRUE

Итак, получили, что χ2 > xα, следовательно, нужно отвергнуть гипотезу Hо.

Для нахождения наибольшего значения уровня значимости, на котором ещё нет оснований отвергнуть данную гипотезу, вычисляем функцию распределения  в точке , и вычитаем полученное значение из единицы:

al2<-1-pchisq(Xi2,r-1); al2 #находим наибольший уровень значимости, при котором еще нет #оснований отвергнуть гипотезу:

Получаем: al2= 0

.

**f. Построение критерия значимости χ2 проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверка гипотезы на уровне значимости α1 = 0,2. Вычисление наибольшего значения уровня значимости, на котором ещё нет оснований отвергнуть гипотезу.**

Но – основная гипотеза: Х ~ Pois ()

Поделим область на *r*=3 интервалов, аналогично предыдущему пункту.

Х2()=- зависит от , т.к. величины *pi* не фиксированы. Известно, что в случае регулярности эксперимента статистика  сходится по распределению к **

Критерий имеет вид:

Далее проведем вычисления в R

#Данные, которые были определены ранее:

#a1<-c(-Inf, 0, 5); b1<-c(0, 5, Inf); nu<-c(16,26,8)

#al<-0.20; r<-3; n<-50

csq<-function (t){ #функция для χ2

p<-pnorm(b1,0,t) - pnorm (a1,0,t);

f<-sum((nu-n\*p)^2/(n\*p));

print (f)

}

X2<-nlm(csq,p=mean(x)) # стандартный минимизатоp

xal1<-qchisq (1-al, r-2)

X2$minimum<=xal1 #производим сравнение

[1] TRUE

Итак, , и гипотеза принимается

Наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу:

alpha2<-1-pchisq(X2$minimum,r-2)

print (alpha2)

Получаем: alpha2 = 0.0109095

.

**g. Построение наиболее мощного критерия проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром *λ*0 = 3,0 при альтернативе пуассоновости с параметром *λ*1 = 5,0. Проверка гипотезы на уровне значимости *α*1 = 0,2. Получение результата при условии, что основная и альтернативная гипотезы были поменяны местами.**



Согласно лемме Неймана-Пирсона, наиболее мощный критерий проверки гипотезы при альтернативе  имеет вид:

 , где 





Наиболее мощный критерий:

Логарифмируем соотношение

Получим:

Обозначим через:

Тогда критерий:

Отыщем и *p* из уравнения:



 , следовательно, 

Т.к. , то подбором (в цикле с помощью R) среди целых чисел можем найти такое наибольшее  (а после и α0), что:



Тогда 

Проведём вычисления в R.  
> c<-0

> alpha1<-0.2

> alpha0<-1-ppois(c,lambda0\*n)-dpois(c, lambda0\*n)

> while (alpha0 > alpha1)

+ {

+ c<-c+1;

+ alpha0<-1-ppois(c,lambda0\*n)-dpois(c, lambda0\*n)

+ }

> c

[1] 159

> p<-(alpha1-alpha0)/dpois(c,lambda0\*n)

> p

[1] 0.2849776

> alpha0

[1] 0.1930847

> lche<- sum(x)

> lche>=c

[1] FALSEпринимаем 

Критерий:



Теперь поменяем местами основную и альтернативную гипотезу.









Наиболее мощный критерий:

Логарифмируем соотношение

Получим:

Обозначим через:

Тогда критерий:

Отыщем и *p* из уравнения:



 , следовательно, 

Т.к. , то подбором (в цикле с помощью R) среди целых чисел можем найти наибольшее  (а после и α0)

Тогда с учётом уравнения выше 

Проведём вычисления в R.

> c<-0; lambda1 <-5.00

> alpha0<-ppois(c,lambda1\*n)

> while(alpha0<alpha1){

+ c<-c+1;

+ alpha0<-ppois(c,lambda1\*n)

+ }

> c<-c-1

> c

[1] 236

> alpha0<-ppois(c,lambda1\*n)

> p<-(alpha1-alpha0)/(dpois(c,lambda1\*n))

> alpha0

[1] 0.1973752

> p

[1] 0.1507673

> lche<- sum(x)

> lche<=c

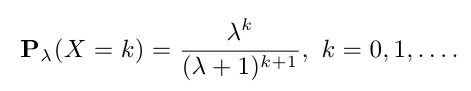
[1] TRUE #принимаем альтернативу

Критерий построен:



При замене основной и альтернативной гипотезы не меняется гипотеза, которую принимаем. Это значит, что у нас недостаточно данных, чтобы отвергнуть какую-либо из гипотез.

**h. Заменим семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений**





Обозначим 

Найдём оценку максимального правдоподобия:



Для геометрического распределения математическое ожидание: ****, выборочный средний момент: ** =**> .

, значит  - несмещенная оценка.

> library(maxLik)

> LL<-function(t){sum(dgeom(x,t[1],log=TRUE))}

> ml<-maxNR(LL,start=c(1)) #максимум функции правдоподобия

> val<-ml$estimate; print (val) #оценка макс.правдоподобия

[1] 2.98

***Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости* *= 0.20 для параметра λ на базе оценки максимального правдоподобия.***



Найдём информацию Фишера.



ОМП параметра :





Эксперимент регулярен, значит, подстановка ОМП вместо параметра в информацию Фишера не нарушает асимптотической нормальности.









Где *,* т.е. *b* - квантиль стандартного нормального распределения.





> alpha<-0.2

> T<-array(dim=2)

> xal<-qnorm (1-alpha/2)

> T[1]<-mean-xal\*sqrt((mean\*(mean+1))/length(x)) #левая граница Д.И.

> T[2]<-mean+xal\*sqrt((mean\*(mean+1))/length(x)) #правая граница Д.И.

> T

[1] 2.355833; 3.604167

Ответ: асимптотический доверительный интервал для параметра  уровня доверия 

[2.355833; 3.604167]

**Построение критерия значимости *χ*2 проверки простой гипотезы согласия с геометрическим распределением с параметром *λ*0 = 3,0 на основе гистограммы частот. Проверка гипотезы на уровне значимости *α*1 = 0,2. Вычисление наибольшего значения уровня значимости, на котором ещё нет оснований отвергнуть гипотезу.**

Таблица «значение-частота» имеет вид:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 24

16 5 11 5 2 3 1 1 1 2 1 1 1

Делим последовательность на r = 3 интервала. Границы интервалов берем такие же, как

Число наблюдений, попавших в этот интервал: nu = 16, 26, 8 (берутся из гистограммы)



Критерий имеет ви

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № интервала |  |  |  |  |  |  |
| 1 | -Inf | 0 | 16 | 0.250000 | 0.98994949 | 0.98000000 |
| 2 | 0 | 5 | 26 | 0.328125 | 0.10029715 | 0.01005952 |
| r=3 | 5 | Inf | 8 | 0.421875 | 0.67360967 | 0.45375000 |
|  | | | | =1 | = 1.44381 | |

> r<-3 #количество интервалов

> a<-3.00

> b<-array(dim=r-1)#вектор границ

> b[1]<-0; b[2]<-5;

> h<-hist(x,breaks=c(min(x),b,max(x)),plot=FALSE) #построение гистограммы

> p<-array(dim=3)#вектор теоретических вероятностей

> p[1]<-pgeom(b[1],1/(a+1))

> p[2]<-pgeom(b[2],1/(a+1))-pgeom(b[1],1/(a+1))

> p[3]<-1-pgeom(b[2],1/(a+1))

> print (p)

[1] 0.250000 0.328125 0.421875

> print(nu)#получение вектора частот

[1] 16 26 8

> v10<-(nu-n\*p)/sqrt((n\*p))

> print (v10)

[1] 0.98994949 0.10029715 0.67360967

> v1<-(nu-n\*p)^2/(n\*p)#вектор слагаемых величины X2

> print (v1)

[1] 0.98000000 0.01005952 0.45375000

> X2<-sum(v1)#вычисление величины X2

> print (X2)

[1] 1.44381

> xa<-qchisq(1-alpha,2)#вычисление квантиля

> X2>xa

[1] FALSE

> alpha2<-1-pchisq(X2,2)#находим наибольший уровень значимости, при

> alpha2#котором нет оснований отвергнуть гипотезу

[1] 0.485826

Итак, получили, что χ2 < xα, следовательно, не достаточно оснований, чтобы отвергнуть нулевую гипотезу..

**Построение критерия значимости *χ*2 проверки сложной гипотезы согласия с геометрическим распределением. Проверка гипотезы на уровне значимости *α*1 = 0,2. Вычисление наибольшего значения уровня значимости, на котором ещё нет оснований отвергнуть гипотезу.**



Сложная гипотеза согласия: Но – основная гипотеза: Х ~ Geom (1/(+1))

Поделим область на *r*=3 интервалов, аналогично предыдущему пункту. *X*2- зависит от , т.к. величины *pi* не фиксированы. Известно, что в случае регулярности эксперимента статистика  сходится по распределению к **.

Критерий имеет вид:

Далее проведем вычисления в R:

> P<-function(a){

+ p[1]<-pgeom(b[1],1/(a+1))

+ i<-2

+ while(i<r){

+ p[i]<-pgeom(b[i],1/(a+1))-pgeom(b[i-1],1/(a+1));

+ i<-i+1;

+ }

+ p[r]<-1-pgeom(b[r-1],1/(a+1))

+ p;}

> X2<-function(a){g<-n\*P(a);f<-(nu-g)^2/g;sum(f)}

> XM<-nlm(X2,p=mean) #проводим минимизацию,

> xb<-qchisq(1-0.02,r-2) #вычисляем квантиль

> XM$minimum<xb# гипотезу отвергаем на заданном уровне знач.

[1]TRUE

> alpha2<-1-pchisq(XM$minimum,r-2)#наибольший уровень значимости, на котором

> alpha2

[1] 0.5916036

>

Следовательно, нужно принять гипотезу H0.

# Задача 2

* 1. **Вариационный ряд.**

**0.01 0.02 0.03 0.04 0.05 0.08 0.12 0.18 0.21 0.23 0.26 0.32 0.33 0.37 0.53 0.54 0.61**

**2 1 1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1**

**0.8 0.81 0.84 1.03 1.13 1.17 1.18 1.38 1.47 1.63 2.01 2.16 2.47 2.8 2.86 3.46 3.78 4.27**

**1 1 1 1 1 1 1 2 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1**

**4.28 4.6 5.26 5.27 5.49 5.64 7.03 8.83 8.87 14.58 16.41**

**1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1**

**1.2. Эмпирическая функция распределения**

**1.3. Гистограмма частот и полигон частот**



**2.1. Математическое ожидание.**

**2.2. Дисперсия.**

**2.3. Медиана.**

**2.4. Асимметрия.**

**2.5. Эксцесс.**

**2.6. Вероятность попадания в [*a*, *b*].**

**3.1. Оценка максимального правдоподобия параметра λ .**

Оценка по методу моментов:

Рассмотрим:

Несмещенная оценка:

**d. Построение доверительного интервала уровня значимости *α*2 = 0,2 для параметра λ.** Найдём информацию Фишера.



ОМП параметра :



Эксперимент регулярен, значит, подстановка ОМП вместо параметра в информацию Фишера не нарушает асимптотической нормальности.







, где

*,* т.е. *b* - квантиль стандартного нормального распределения.



Итак, 

al<-0.01

n<-length(x)

xal<-qnorm (1-al/2)

T<-array(dim=2)

T[1]<-1/mean-xal\*(1/mean)/(sqrt(n))

T[2]<-1/mean+xal\*(1/mean)/(sqrt(n))

T

[1] 0.2473437 0.5308059

Итак, получили интервал: [0.2473437 0.5308059]

**e. Построение критерия значимости проверки простой гипотезы согласия с показательным распределением с параметром *λ*0 с использованием теоремы Колмогорова. Проверка гипотезы на уровне значимости α2 = 0,01. Вычисление наименьшее значения уровня значимости, на котором ещё нет оснований отвергнуть гипотезу.**

Ho: ,

Согласно теореме Колмогорова, при справедливости гипотезы

 , где *К-* распределение Колмогорова.

Обозначим 



Согласно таблице распределения Колмогорова, 

 значит, принимаем гипотезу

lambda0<- 0.33

y<-sort(data)

v2<-c(0:(50-1))/50

v3<-c(1:50)/50

v4<-pexp(y,lambda0)

v5<-abs(v2-v4)

v6<-abs(v3-v4)

v7<-pmax(v5,v6)

D<-max(v7)

Print(D)

[1] 0.2050599

K<-sqrt(50)\*D

print(K)

[1] 1.449992

**f. Построение критерия значимости χ2 проверки простой гипотезы согласия с показательным распределением с параметрами *λ*0 на основе гистограммы частот. Проверка гипотезы на уровне значимости α2 = 0,01. Вычисление наибольшего значения уровня значимости, на котором ещё нет оснований отвергнуть гипотезу.**

Делим последовательность на r = 3 интервала.

Нижние границы элементов: a1<-c(-Inf, 3.46, 8.87);

Верхние границы элементов: b1<-c(1.03, 7.03, Inf)

Число наблюдений, попавших в этот интервал: nu <- (17, 17, 16)



Критерий имеет вид:

n<-length(data); lambda0<-0.33; r<-3; alpha2<-0.01

a1<-c(-Inf, 3.46, 8.87)

b1<-c(1.03, 7.03, Inf)

border <-c(1.03, 8.87) #общий массив границ интервалов

nu<-c(17,17,16); print (nu)

p1<-array(dim = r)

p1[1]<- pexp(border[1], lambda0)

p1[r] <- 1-pexp(border[r-1], lambda0)

p1[2:(r-1)]<-pexp(border[2:(r-1)],lambda0)-pexp(border[1:(r-2)],lambda0)

res <- array (dim = r)

res [1:r] <- (nu[1:r] - n\*p1[1:r])/sqrt(n\*p1[1:r])

res2 <- array (dim = r)

res2 [1:r]<- (res[1:r])^2

Xi2<-sum(res2)

xal<-qchisq(1-alpha2, r-1)

Xi2>xal

[1] TRUE

Итак, получили, что χ2 > xα, следовательно, нужно принять гипотезу Hо.

**g. Построение критерия значимости χ2 проверки сложной гипотезы согласия с показательным распределением. Проверка гипотезы на уровне значимости α2 = 0,01. Вычисление наибольшего значения уровня значимости, на котором ещё нет оснований отвергнуть гипотезу.**

Сложная гипотеза согласия: Но – основная гипотеза:

Поделим область на *r*=3 интервалов, аналогично предыдущему пункту. *X*2- зависит от , т.к. величины *pi* не фиксированы. Известно, что в случае регулярности эксперимента статистика  сходится по распределению к **.

Критерий имеет вид:

Далее проведем вычисления в R:

al<-0.01

r<-3

P<-function(a){

p[1]<-pexp(b[1],a)

i<-2

while(i<r){

p[i]<-pexp(b[i],a)-pexp(b[i-1],a);

i<-i+1;

}

p[r]<-1-pexp(b[r-1],a)

p;}

X2<-function(a){g<-n\*P(a);f<-(nu-g)^2/g;sum(f)}

XM<-nlm(X2,p=mean) #проводим минимизацию,

xb<-qchisq(1-al,r-2) #вычисляем квантиль

XM$minimum<xb

alpha2<-1-pchisq(XM$minimum,r-2)

alpha2 #наибольший уровень значимости, на котором принимаем гипотезу

[1] FALSE

Значит, отвергаем Ho

**h. Построение наиболее мощного критерия проверки простой гипотезы о показательности с параметром *λ*0 при альтернативе показательности с параметром *λ*1. Проверка гипотезы на уровне значимости α2 = 0,01. Получение результата при условии, что основная и альтернативная гипотезы были поменяны местами.**

гипотезу принимаем

При изменении мест основной и альтернативной гипотез произойдёт следующее:

гипотезу принимаем

***В пунктах (c)-(h) заменить семейство показательных распределений на семейство гамма-распределений с плотностями***

Оценка по методу моментов:

Смещение оценок:

***Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости α2 для параметра λ на базе оценки максимального правдоподобия****.*

2.575829

xal<-qnorm (1-al/2)

> xal

[1] 2.575829

>T<-array(dim=2)

> T[1]<-(mean+xal\*mean\*sqrt(2)/sqrt(n))^(-1)

> T[2]<-(mean-xal\*mean\*sqrt(2)/sqrt(n))^(-1)

> T

[1] 0.2567869 0.8024905

Итак, д.и равен: [0.2567869 0.8024905]

***С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с гамма распределением с параметром λ0. Проверить гипотезу на уровне значимости α2. Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.***

Ho: ,

Критерий:

К> Xα, значит, ппринимаем гипотезу

lambda0<- 0.33

y<-sort(x)

v2<-c(0:(n-1))/n

v3<-c(1:n)/n

v4<-pgamma(y,1/2,2/lambda0)

v5<-abs(v2-v4)

v6<-abs(v3-v4)

v7<-pmax(v5,v6)

D<-max(v7)

0.6911002

K<-sqrt(n)\*D

4.886816

***f) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости χ2 проверки простой гипотезы согласия с гамма распределением с параметром λ0. Проверить гипотезу на уровне α2. Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.***

Гипотеза: H0: λ=λ0, λ0 = 0.33; X

Делим последовательность на r = 3 интервала.

Нижние границы элементов: a1<-c(-Inf, 3.46, 8.87)

Верхние границы элементов: b1<-c(1.03, 7.03, Inf)

Число наблюдений, попавших в этот интервал: nu (берутся из гистограммы)



Критерий имеет вид:

n<-length(x); lambda0<-0.33; r<-3; alpha2<-0.01

a1<-c(-Inf, 3.46, 8.87)

b1<-c(1.03, 7.03, Inf)

border <-c(1.03, 8.87) #общий массив границ интервалов

nu<-c(17,17,16);

p1<-array(dim = r)

p1[1]<- pgamma(border[1], shape = 1/2)

p1[r] <- 1-pgamma(border[r-1],shape = 1/2)

p1[2:(r-1)]<-pgamma(border[2:(r-1)], shape = 1/2)-pgamma(border[1:(r-2)], shape = 1/2)

res <- array (dim = r)

res [1:r] <- (nu[1:r] - n\*p1[1:r])/sqrt(n\*p1[1:r])

res2 <- array (dim = r)

res2 [1:r]<- (res[1:r])^2

Xi2<-sum(res2)

xal<-qchisq(1-alpha2, r-1)

Xi2>xal

[1] TRUE

Итак, получили, что χ2 > xα, следовательно, нужно отвергнуть гипотезу Hо.

***g) Построить критерий проверки значимости χ2 сложной гипотезы согласия с гамма- распределением. Проверить гипотезу на уровне α2. Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.***

Проверка сложной гипотезы согласия.

H0: λЄ[0,∞)

Статистика критерия:

al<-0.01

r<-3

P<-function(a){

p[1]<-pgamma(b[1], shape=1/2)

i<-2

while(i<r){

p[i]<-pgamma(b[i], shape=1/2)-pgamma(b[i-1], shape=1/2);

i<-i+1;

}

p[r]<-1-pgamma(b[r-1], shape=1/2)

p;}

X2<-function(a){g<-n\*P(a);f<-(nu-g)^2/g;sum(f)}

XM<-nlm(X2,p=mean) #проводим минимизацию,

xb<-qchisq(1-al,r-2) #вычисляем квантиль

XM$minimum<xb

[1] FALSE #значит, отвергаем Но